

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – giugno 2023**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5} \cdot \log\left(\frac{x+1}{x+4}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -4) \cup (-1, 1] \cup [5, +\infty)$
Positività	$P = (-\infty, -4)$
Intersezioni	$A(1;0) \quad B(5;0) \quad C(0; -\sqrt{5} \cdot \log 4)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x^2 + 4x + 2})$  e  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x^3 - 4x} - 1}{x^2 - 3x + 2}$

Soluzioni	-7/2; 8
-----------	---------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x - \frac{x+1}{x+2}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
Estremi	$M(-3; -5) \quad m(-1; -1)$ cresce in $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{1}{x^2 + 4}\right)$

Derivata prima	$f' = -\frac{2x}{x^2 + 4} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; -\log 8); F_2(2; -\log 8)$ concava in $(-2, 2)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{x^4 + 4x^3 - x + 4}{(x-1) \cdot (x^2 - x - 2)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -1, x = 1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = x + 6$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^4 \left( \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}+2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-2x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{8}(2x - 2\sqrt{x} + \log(2\sqrt{x} + 1))$ $\frac{1}{8}(4 + \log(5)) \approx 0,7012$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{4}e^{-2x} \cdot (2x^2 + 2x + 1) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y - 3z = 1 \\ x + k \cdot y + 4z = 2 \\ 2x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1$ : indeterminato $k = 5$ : incompatibile $k \neq 1; 5$ : sol. unica
Soluzioni	$k = 1$ : $x = 3 - 11z$ ; $y = 7z - 1$ ; $z \in \mathbb{R}$ $k \neq 1; 5$ : $x = \frac{10}{k-5}$ ; $y = \frac{-10}{k-5}$ ; $z = \frac{3k-5}{k-5}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 3x \cdot y + 4x + 2y^2 + 4y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x - 3y + 4$ $f_y = -3x + 4y + 4$
Estremi liberi	$S(28; 20)$ $z = 97$ $H = -1$
Estremi vincolati	$m(1/2; 0)$ $\lambda = 5/2$ $z = 13/4$ $H = -30$

**Domande teoriche.**

- 1) Definizione di limite e legame con gli asintoti verticali (punti 2, 4\*)
- 2) Il teorema di Rolle con esempio (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione di massimo vincolato con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4\*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con \*.*